4.4.2 Hodnota funkce

Předpoklady: 040401

Pedagogická poznámka: Co nejrůznější způsoby zápisu funkční závislosti jsou v hodině využity schválně. Cílem hodiny je právě orientace v různých způsobech zápisu, které přesto znamenají pořád to samé - zachycení postupu, jak z hodnot *x* určit hodnoty *y*.

Zadání funkce nám umožňuje zvolit hodnotu nezávislé proměnné a z ní určit hodnotu závislé proměnné. Například pro funkci $y = 3x - \frac{6}{x}$ vypočteme hodnotu v bodě $x = 2$ takto:

- $f(2) = 3 \cdot 2 - \frac{6}{2} = 6 - 3 = 3$.

Zkráceně se píše $f(x) = 3$.

Př. 1: Urči hodnoty funkce $f(x) = 2x^2 - 3x$ pro $x \in \left\{-2; 0; 2; \sqrt{7}\right\}$. Údaje zapiš do tabulky.

- $x = -2 \Rightarrow y = 2(-2)^2 - 3(-2) = 8 + 6 = 14$,
- $x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$,
- $x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$,
- $x = \sqrt{7} \Rightarrow y = 2 \cdot \sqrt{7}^2 - 3 \cdot \sqrt{7} = 14 - 3\sqrt{7}$,

x	-2	0	2	$\sqrt{7}$
y	14	0	2	$14 - 3\sqrt{7}$

Př. 2: Zapiš do tabulky hodnoty funkce $f : y = x^2$ v bodech $\left\{-3; 0; \frac{2}{3}; \sqrt{5}; 9\right\}$.

Předpis funkce *f* je: $y = x^2 \Rightarrow$ spočteme druhé mocniny zadaných hodnot *x*.

x	-3	0	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	9
y	9	0	$\frac{4}{9}$	5	81

Pedagogická poznámka: Objevují se problémy se špatným porozuměním zápisu $f : y = x^2$. Místo $f : \ldots$ vnímaného jako popis toho, co přijde (podobné popisu kolonky ve formuláři, kde je například uvedeno Jméno: ....), mají žáci pocit, že nějaké *f* mají vydělit číslem *y*.

Př. 3: Pro funkci $f(x)=\sqrt{x}-2$ zjisti.

a) $f(4)$ b) $f(11)$ c) $f\left(\frac{4}{9}\right)$ d) $f(-1)$

Ve všech případech dosadíme do zadaného předpisu funkce.

a) $f(4)=\sqrt{4}-2=2-2=0$

b) $f(11)=\sqrt{11}-2$

c) $f\left(\frac{4}{9}\right)=\sqrt{\frac{4}{9}}-2=\frac{2}{3}-2=\frac{2-6}{3}=-\frac{4}{3}$

d) $f(-1)=\sqrt{-1}-2$ $\Rightarrow$ nejde určit (nemůžeme vypočítat odmocninu ze záporného čísla).

Př. 4: Pro funkci $f: x \mapsto \sin^2 x+\cos^2 x$ doplň tabulku.

x	$10°$	$30°$	$57°$	$71°23'$
y				

$f: x \mapsto \sin^2 x+\cos^2 x$ $\Rightarrow$ funkce *f* ze zadaných hodnot *x* vyrábí hodnoty $\sin^2 x+\cos^2 x$ $\Rightarrow$ můžeme ji přepsat klasičtěji jako: $y=\sin^2 x+\cos^2 x$.

Postřeh: platí vzorec $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ $\Rightarrow$ pro všechna *x* získáme stejnou hodnotu 1.

x	$10°$	$30°$	$57°$	$71°23'$
y	1	1	1	1

Pedagogická poznámka: Druhý příklad, kde mají žáci ve větším počtu problémy s pochopením zadání. Na vzorec si bohužel vzpomenou jen málokteří, proto povoluji výpočet na kalkulačce s tím, že je třeba zadat do ní celý výraz najednou, aby získali přesnější výsledek, ze kterého je možné na něco usuzovat.

Př. 5: V kterém čísle *x* nabývá funkce $y=3x-7$ hodnoty 2?

Hodnota funkce je 2, nevíme, ve kterém bodě $\Rightarrow$ známe *y*, neznáme *x* $\Rightarrow$ dosadíme do předpisu $y=3x-7$.

$2=3x-7 \quad /+7$

$9=3x \quad /:3$

$x=3$

Funkce $y=3x-7$ nabývá hodnoty 2 v bodě 3.

Pedagogická poznámka: Většina žáků spočítá příklad dobře, ale mnozí se nevyhnou chybě v zápisu zadání, kde píší $f(2)=?$ (místo správného $f(?)=2$).

Př. 6: Je dána funkce $y = 2x+1$, která je definována pro všechna reálná čísla *x*, která z následujících tvrzení pro ni platí?

a) $f(2)=6$ b) $f(-3)=-5$ c) $f(-1)\neq 1$ d) $f(-2)<-3$

a) $f(2)=6$

$f(2)=2\cdot 2+1=5 \Rightarrow f(2)=6$ neplatí.

b) $f(-3)=-5$

$f(-3)=2\cdot(-3)+1=-5 \Rightarrow f(-3)=-5$ platí.

c) $f(-1)\neq 1$

$f(-1)=2\cdot(-1)+1=-2+1=-1 \Rightarrow f(-1)\neq 1$ platí.

d) $f(-2)<-3$

$f(-2)=2\cdot(-2)+1=-4+1=-3 \Rightarrow f(-2)<-3$ neplatí.

Množinu všech hodnot nezávislé proměnné označujeme jako **definiční obor funkce** (značíme $D(f)$). Pro $x\in D(f)$ říkáme, že funkce $f(x)$ je definována v čísle *x*.

Shrnutí: Různé způsoby vyjádření funkčních závislostí slouží ke stejnému účelu - předání informace o tom, jak z hodnot nezávislé proměnné určit hodnoty závislé proměnné.